২। সমান্তর ধারা:

(i) প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d হলে, n-তম পদ: $a_n = a + (n-1)d$

(ii) প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

য। গুণোত্তর ধারা:

(i) প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে, n-তম পদ: $a_n = ar^{n-1}$

(ii) n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r}$ [r<1]

(iii) n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = a \times \frac{r^n-1}{r-1}$ [r>1]

(iv) অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$ [-1 < r < 1]

৩। স্বাভাবিক সংখ্যার বিশেষ ধারা:

(i) $\sum n = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

(ii) $\sum n^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(iii) $\sum n^3 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

(iv) প্রথম স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি $= 2+4+6+\cdots+2n = n(n+1)$

(v) বিজোড় " " " $= 1+3+5+\cdots+(2n-1) = n^2$

(vi) প্রথম n সংখ্যক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $= 2^2+4^2+\cdots+(2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$

(vii) " " বিজোড় " " " " " $= 1^2+3^2+\cdots+(2n-1)^2 = \frac{n(2n+1)(2n-1)}{3}$

৪ একটি সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, তার প্রথম 23 টি পদের সমষ্টি কত?

ধরি, প্রথম পদ a

সাধারণ অন্তর d

প্রশ্নমতে,

12তম পদ = 77

বা, $a+(12-1)d = 77$

বা, $a+11d = 77$ ..... (1)

আবার,

প্রথম 23টি পদের সমষ্টি $= S_{23}$

$= \frac{23}{2}\{2a+(23-1)d\}$

$= \frac{23}{2}\{2a+22d\}$

$= \frac{23}{2} \times 2(a+11d)$

$= 23 \times 77$ [(1)নং দ্বারা]

$= 1771$

(Ans.)

৫ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 টি পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 টি পদের সমষ্টি 560 হলে, তার প্রথম 6 টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$

সাধারণ অন্তর $= d$

প্রশ্নমতে, প্রথম 12 টি পদের সমষ্টি $= 144$

$\Rightarrow \frac{12}{2}\{2a+(12-1)d\} = 144$

$\Rightarrow 6\{2a+11d\} = 144$ ..... (1)

$\Rightarrow 2a+11d = 24$ .....

আবার, প্রথম 20 টি পদের সমষ্টি $= 560$

$\Rightarrow \frac{20}{2}\{2a+(20-1)d\} = 560$

$\Rightarrow 10(2a+19d) = 560$

$\Rightarrow 2a+19d = 56$ ..... (2)

সমীকরণ (2) হতে সমীকরণ (1) বিয়োগ করে পাই

$8d = 32$

$\therefore d = 4$

d-এর মান সমীকরণ (1)-এ বসিয়ে পাই

$2a+11\times 4 = 24$

$\Rightarrow 2a+44 = 24$

$\Rightarrow 2a = 24-44$

$\Rightarrow a = \frac{-20}{2}$

$\therefore a = -10$

কাজেই, প্রথম 6 টি পদের সমষ্টি $= \frac{6}{2}\{2a+(6-1)d\}$

$= 3\{2\times(-10)+5\times 4\}$ [a ও d-এর মান বসিয়ে]

$= 3\{-20+20\}$

$= 3\times 0$

$= 0$

৬ $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \ldots\ldots$ অনুক্রমটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?

[I] এটি একটি গুণোত্তর অনুক্রম।

প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$

ধরি, n-তম পদ $= 8\sqrt{2}$

$\Rightarrow ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

$\Rightarrow (-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times 2$

$\Rightarrow (-\sqrt{2})^{n-1} = 16$

$\Rightarrow (-\sqrt{2})^{n-1} = (-2)^4$

$\Rightarrow (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$

$\Rightarrow n-1 = 8$

$\Rightarrow n = 8+1$

$\therefore n = 9$

অতএব প্রদত্ত ধারাটির 9-তম পদ $8\sqrt{2}$

9 একটি অনোন্ত ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

মনে করি,

প্রথম পদ a

সাধারণ অনুপাত r

কার্যানুযায়ী,

পঞ্চম পদ $= \frac{2\sqrt{3}}{9}$

$\Rightarrow ar^{5-1} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

$\therefore ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ..... (i)

আবার,

দশম পদ $= \frac{8\sqrt{2}}{81}$

$\Rightarrow ar^{10-1} = \frac{8\sqrt{2}}{81}$

$\Rightarrow ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ ..... (ii)

সমীকরণ (ii) কে সমীকরণ (i) দ্বারা ভাগ করে পাই

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{4\cancel{8}\sqrt{2}}{\cancel{81}} \times \frac{\cancel{9}}{\cancel{2}\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow r^{9-4} = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

$\Rightarrow r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

$\Rightarrow r^5 = \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^5$

$\therefore r = \sqrt{\frac{2}{3}}$

r এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই

$a \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

$\Rightarrow a \times \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

$\Rightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{\cancel{9}} \times \frac{\cancel{9}}{\cancel{4}2}$

$\therefore a = \sqrt{3}/2$

$\therefore$ ধারাটির তৃতীয় পদ

$= ar^{3-1}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(Ans.)